理学博士福原満洲雄君の「微分方程式の研究」に対する授賞審査要旨

微分方程式論における研究の主目標は微分方程式を与えてその解を求め且つその解の性質を探究することである。解を求めるということは古くはその解を有限回の積分で表わすという意味に解されており、これは古来求積法（quadrature）とよばれていたものであるが、しかしこの立場を固執したのでは実際にわれわれが研究しようとしている微分方程式のごとく僅かなものの解しか得られない。よって現今では微分方程式の解を求積法によって求めず、解の存在や性質を直接与えられた微分方程式から研究しようとする立場を取る。かかる近代的の微分方程式は前世紀の終りから現世紀の初頭に英、独、仏、伊等の諸国において始められたものであるが、最近は特にドイツにおいて多くの研究が進められていたのである。福原満洲雄君の業績は常微分方程式論の殆ど全方面にわたっており、多くの点において前記ドイツにおける成果を凌駕するものである。昭和三十一年イタリアが福原君を招聘してローマ大学において微分方程式の最近の進歩について講義せしめ、又昭和三十四年フランスのソルボンヌ大学が同じことを行なったのはこの故である。福原君の業績の内容は八〇篇に及ぶ学術論文に発表されたものであるが、それらは大別して次の七つの方面に要約される。

(一) 解の存在定理　主として O. Perron の方法を更に進めたものであるがこの見地からまず単独な微分方程式が補助変数を有する場合

$y'_j=f(x, y, \lambda)$,　　λ は補助変数

について解の存在、単独性、安定性、微分可能性について論じ、ついでその結果を更に又連立の場合

$y'_j=f_j(x, y_1, y_2, \cdots, y_n)$,　　$j=1, 2, \cdots, n$

に拡張した。この場合 $x=a$ なる時、与えられた値 $y_j=b_j$ を取るような解 y_j を求めることが即ち初期値問題(initial value problem)であるが、福原君はこれを更に広く n 個の点 $x=a_j$ $(j=1, 2, \cdots, n)$ において各 y_j に対して与えられた値 b_j を取る解の研究を遂行した。これが今日、常微分方程式における「福原の問題」と呼称されるものである。

(二)　解の幾何学的な性質に関する研究　連立常微分方程式

$y'_j=f_j(x, y_1, y_2, \cdots, y_n)$,　　$j=1, 2, \cdots, n$

において $a\leqq x<b$, $|y_j|<+\infty$ なる領域に含まれる任意の連続体 A に対して、$R(A)$ を A を通る解曲線の成す点集合とし、$S_\xi(A)$ をもって $x=\xi$ $(a\leqq\xi<b)$ なる超平面が $R(A)$ を切る切断面とする。福原君は $a\leqq\xi<b$ なるすべての ξ に対して S_ξ が連続体である時、右の連立微分方程式は「Kneser の性質」を有すると名付け、そして与えられた連立常微分方程式が Kneser の性質を持つ為の十分条件を求めた。

更に又この結果を微分不等式

$|y'_j-f_j(x, y_1, y_2, \cdots, y_n)|<F_j(x, y_1, \cdots, y_n)$,　　$j=1, 2, \cdots, n$

へ拡張した。

㈢ Kamke の函数に関する研究　実変数の函数 $S(x_1,x_2,\cdots,x_n)$ がすべての微分可能な実函数 $x_i(t)$ ($j=1,2,\cdots,n$) に対して

$$D^{\pm}S[x_1(t),\cdots,x_n(t)]\leqq S[x'_1(t),\cdots,x'_n(t)]$$ （ただし $D^{\pm}$ は左右の導来数を示す）

を充たすとき Kamke の函数であるといわれる。福原君はこの函数族は正同次で且つ凸形の連続函数のそれと同一であるという見事な結果を証明した。

㈣ 不動点定理に関する研究　函数空間の変換に関する不動点定理も亦常微分方程式の解の研究になくてはならない道具である。福原君はこの方面に関して Tychonoff の定理の精密化を企てた。即ち、今 R を局所凸な線形空間、K をその凸形の部分とし、f を K から K の中への連続写像とする。そしてもし $f(\overline{K})$ が K のコムパクトな部分に含まれるならば f は不動点を有することを示した。この結果は Leray-Schauder に依る微分方程式の研究の拡張を可能ならしめるものである。

㈤ 解の無限遠点における状態　主として解の漸近展開 (asymptotic expansion) の問題を研究した。対象とした微分方程式は次のような一般のものである。

$$y'_j=\lambda_j(x)y_j+x^{-1}\left\{\sum_{k=1}^{n} a_{jk}(x)\,y_k+a_j(x)\right\},$$

$$j=1,\ 2,\cdots,\ n$$

ただし、ここに $\lambda_j(x)$ は任意の次数の多項式、$a_{jk}(x)$、$a_j(x)$ は複素数 x の或る偏角内 $\theta_1<\arg x<\theta_2$ で解析的で

且つそこで x^{-n} の漸近級数に展開出来るものとする。福原君はかかる微分方程式に対して、それが

$$y_j(x) \sim \sum_{m=0}^{\infty} a_j^m / x^m$$

のような漸近解を上の偏角内で持つことを証明し且つその解の箇数を決定した。

(六) 代数的微分方程式に関する研究　普通に

$$y' = P(x,\ y) / Q(x,\ y)$$ （ただしここに $P(x,\ y)$, $Q(x,\ y)$ は x, y の整多項式）

なる形の微分方程式の研究がなされていたのであるが、最近更に詳しく $x^\alpha y^\beta y' = f(x,\ y)$ の形にして研究する。これに関して Malmquist の（一九四一年の）研究があるが福原君は指数 α, β に関する制限を Malmquist のそれよりゆるくするのに成功した。

(七) 自己準同型（endomorphism）に関する研究　F. Riesz によって建てられた完全連続の線形作用素の理論の抽象化として、線形空間 R から R の中への線形連続写像（これをエンドモルフィスムという）の研究を最も一般的の立場から組織的に研究したものである。かかる研究には Leray（一九五〇年のもの）と Williamsen（一九五四年のもの）のそれがあるが福原君の研究は線形空間 R の位相として Fréchet の L 空間を用いた点において前二者のそれより、より広いものである。

以上のように、常微分方程式の理論に関する福原君の業績は今や全世界において他に求めて得られない程貴重なものであると見られる。