

理学博士永田雅宜君の「可換代数の研究」に対する

授賞審査要旨

Hilbert は今世紀の初頭一九〇〇年にパリで開催された世界数学者会議において「数学の問題」と題する講演を行い、新世紀の数学の研究目標として二三の典型的な問題を挙げた。この問題が数学の発展にとっていかに重要であったかは、そのいくつかを見ればわかる。たとえば、その第一問題は連続体仮説で、一九六三年に P. Cohen によって解決された。Cohen はこの業績により一九六六年の国際数学者会議において Fields 賞を受賞した。第二問題は算術の無矛盾性である。一九三一年に K. Gödel が有名な不完全性定理を証明してこの問題を解決した。それは「算術を含むいかなる数学の無矛盾な（形式的）体系も不完全であって、それ自身の無矛盾性をその中で証明することはできない」という定理で、数学のみならず哲学にも重大な影響を与えた。また、たとえば、第八問題は有名な Riemann 予想で、現在未解決である。第九問題は一九二〇年に高木貞治先生によりもっと一般的な形で解決された。それが代数的整数論の最高峰といわれる類体論である。

永田君は一九五八年に Hilbert の第一四問題を解決して世界的に有名になった。同年エディンバラで開催された国際数学者会議に招待され、この問題について特別講演を行って賞賛を博した。第一四問題は Hilbert が不変式論の研究で未解決のまま残した基本問題を、多項式環に関する問題として一般化して述べたものである。その基本問題は

「代数群が多項式環に有理的に作用しているとき、その作用で不変な多項式の全体から成る部分環は有限生成であるか？」というものであった。永田君は巧妙な反例を構成して不変部分環は必ずしも有限生成とならないことを示し、この問題を否定的に解決したのである。

永田君の可換代数の研究は不変式論、局所環論、代数幾何学の三分野に亘っている。不変式論の分野では、上に述べたように、Hilbert の第一四問題の解決という不朽の業績をあげた。

一九三〇年代に Krull によって創められた局所環論は、Zariski, Chevalley 等によって研究されていたが、一九五〇年代になって永田君の登場により急速に発展した。永田君は代数幾何学に普通に現われる環が整閉包に関して良有限性をもつという性質を抽象して擬幾何環を定義し、完備な Noether 局所環が擬幾何環であること、擬幾何環上有限生成の環が擬幾何環であること、等を証明した。

局所環上の多項式の可約性が剰余環上のその多項式の可約性によって判定できるとき、その環を Hensel 環という。永田君は任意の局所環に対してそれを含む標準的な Hensel 環が存在することを示し、その Hensel 環をもとの局所環の Henselization と名付けた。Henselization は代数幾何学における代数空間の理論、étale 位相の理論、等に用いられている。

永田君のこの分野の業績の多くは彼の著書 Local Rings (Interscience Publishers, 1962) に収められている。二〇余年前に出版されたこの本は今日もこの分野の研究者の Bible となれている。

代数幾何の分野では、一九五〇年代に「完備な代数多様体は射影的すなわち射影空間の部分多様体であるか？」と

いう問題が多く、研究者の興味をひいた。二次元以下の非特異な完備代数多様体が射影的であることは前から知られていたが、永田君は一九六一年に巧妙な反例を構成して三次元以上の非特異完備代数多様体は必ずしも射影的であるとは限らないことを示し、この方面の研究者を感嘆せしめた。

また永田君は「任意の代数多様体は完備な代数多様体の開部分多様体である」という基本定理を証明した。今日完備でない代数多様体を扱うには大抵この基本定理を用いて完備代数多様体の部分多様体として考察する方法が採られている。

代数幾何の基礎については Weil の名著 *Foundations of Algebraic Geometry* (1946), Chevalley のモデル理論、等があったが、永田君はその理論を発展させ、基礎体を Dedekind 環等で置き換えても一般的な代数幾何学が展開できることを示した。これは今日代数幾何学で一般に用いられている scheme の理論の先駆をなすものである。

永田君はアメリカの Harvard 大学、Northwestern 大学、イギリスの Cambridge 大学、イタリアの Pisa 大学、インドの Tata 研究所等に招聘されて可換代数の研究者を指導した。永田君は一九七五年国際数学連合の役員に選ばれ、一九七九年から一九八二年まで同連合の副会長を勤めた。また、一九六一年に中日文化賞、一九七〇年には松永賞を受賞している。

1. On the structure of complete local rings, Nagoya Math. J. 1 (1950), 63-70; Errata, 5 (1953), 145-147.
2. On the theory of semi-local rings, Proc. Japan Acad. 26 (1950), 131-140.
3. On the theory of radicals in a ring, J. Math. Soc. Japan, 3 (1951), 330-344.
4. Some studies on semi-local rings, Nagoya Math. J. 3 (1951), 23-30.
5. On Krull's conjecture concerning valuation rings, Nagoya Math. J. 4 (1952), 29-33; Errata, 9 (1955), 209-212.
6. On the nilpotency of nil-algebras, J. Math. Soc. Japan 4 (1952), 296-301.
7. On the theory of Henselian rings, Nagoya Math. J. 5 (1953), 45-57.
8. Some remarks on local rings, Nagoya Math. J. 6 (1953), 53-58.
9. Some remarks on local rings, II, Mem. Coll. Sci. Univ. Kyoto, A-Math. 28 (1953-1954), 109-120.
10. Note on integral closures on Noetherian domains, Mem. Coll. Sci. Univ. Kyoto, A-Math. 28 (1953-1954), 121-124.
11. On the theory of Henselian rings, II, Nagoya Math. J. 7 (1954), 1-19.
12. Note on complete local integrity domains, Mem. Coll. Sci. Univ. Kyoto, A-Math. 28 (1953-1954), 271-278.
13. Basic theorems on general commutative rings, Mem. Coll. Sci. Univ. Kyoto, A-Math. 29 (1955), 59-77.

14. An example of normal local ring which is analytically ramified, Nagoya Math. J. 9 (1955), 111-113.
15. On the derived normal rings of Noetherian integral domains, Mem. Coll. Sci. Univ. Kyoto, A-Math. 29 (1955), 293-303.
16. A general theory of algebraic geometry over Dedekind domains, I (the notion of models), Amer. J. Math. 78 (1956), 78-116.
17. The theory of multiplicity in general local rings, Proc. Internat. Symp. Alg. Number Theory, Tokyo-Nikko 1955 (1956), 191-226.
18. On the chain problem on prime ideals, Nagoya Math. J. 10 (1956), 51-64.
19. A treatise on the 14-th problem of Hilbert, Mem. Coll. Sci. Univ. Kyoto, A-Math. 30 (1956-1957), 57-70; Addition and Correction, *ibid.*, 197-200.
20. A remark on the unique factorization theorem, J. Math. Soc. Japan 9 (1957), 143-145.
21. Note on a paper of Samuel concerning asymptotic properties of ideals, Mem. Coll. Sci. Univ. Kyoto, A-Math. 30 (1956-1957), 165-175.
22. A Jacobian criterion of simple points, III, J. Math. 1 (1957), 427-432.
23. An example of a normal local ring which is analytically reducible, Mem. Coll. Sci. Univ. Kyoto, A-Math. 31 (1958), 83-85.
24. A general theory of algebraic geometry over Dedekind domains, II, Amer. J. Math. 80 (1958), 382-420.
25. Existence theorems for nonprojective complete algebraic varieties, III, J. Math. 2 (1958), 490-498.

26. Remarks on a paper of Zariski on the purity of Branch loci, Proc. Nat. Acad. Sci. 44 (1958), 796-799.
27. A general theory of algebraic geometry over Dedekind domains, III, Amer. J. Math. 81 (1959), 401-435.
28. On the 14-th problem of Hilbert, Proc. Internat. Congress Math. Edinburgh 1958, 459-462.
29. On the 14-th problem of Hilbert, Amer. J. Math. 31 (1959), 766-772.
30. On the theory of Henselian rings, III, Mem. Coll. Sci. Univ. Kyoto, A-Math. 32 (1956-1960), 93-101.
31. On the closedness of singular loci, Publ. Math. I.H.E.S. 2 (1959), 29-36.
32. On the purity of branch loci in regular local rings, III, J. Math. 3 (1959), 328-333.
33. On rational surfaces, I, Mem. Coll. Sci. Univ. Kyoto, A-Math. 32 (1959-1960), 351-370.
34. On rational surfaces, II, Mem. Coll. Sci. Univ. Kyoto, A-Math. 33 (1960-1961), 271-293.
35. Note on orbit spaces, Osaka Math. J. 14 (1962), 21-31.
36. Imbedding of an abstract variety in a complete variety, J. Math. Kyoto Univ. 2 (1962-1963), 1-10.
37. A generalization of the imbedding problem of an abstract variety in a complete variety, J. Math. Kyoto Univ. 3 (1963-1964), 89-102.
38. Invariants of a group in an affine ring, J. Math. Kyoto Univ. 3 (1963-1964), 369-377.
39. A theorem on finite generation of a ring, Nagoya Math. J. 27 (1966), 193-205.
40. Lectures on the fourteenth problem of Hilbert, Tata Inst. Fund. Res., Bombay (1965).
41. Some sufficient conditions for the fourteenth problem of Hilbert, Actas del Coloquio Internacional

sobre Geom. Madrid 1965, 107-121.

42. Finitely generated rings over a valuation ring, *J. Math. Kyoto Univ.* 5 (1966-1967), 163-169.
43. Invariants of a group under a semi-reductive action, *J. Math. Kyoto Univ.* 5 (1966-1967), 171-176.
44. A theorem on valuation rings and its applications, *Nagoya Math. J.* 29 (1967), 85-91.
45. A type of integral extensions, *J. Math. Soc. Japan* 20 (1968), 266-267.
46. Flatness of an extension of a commutative ring, *J. Math. Kyoto Univ.* 9 No. 3 (1969), 439-448.
47. On self-intersection number of a section on a ruled surface, *Nagoya Math. J.* 37 (1970), 191-196.
48. A theorem of Gutwirth, *J. Math. Kyoto Univ.* 11 (1971), 149-154.
49. Some questions on Cohen-Macaulay rings, *J. Math. Kyoto Univ.* 13 No. 1 (1972), 123-128.
50. On Euclid algorithm, *Studies in Math.* No. 8 (1978), 175-186.
51. A generalization of the notion of a valuation, *Amer. J. Math.* 101 (1979), 245-257.
52. Commutativity of elements in an amalgamated product, *Japan. J. Math.* 6 No. 1 (1980), 173-178.
53. A field extension with certain finiteness condition on multiplicative group extension, *J. Math. Kyoto Univ.* 22 No. 2 (1982), 255-256.
54. Applications of theory of valuation rings, *Proc. Internat. Math. Conf. Singapore 1981*, North-Holland Math. Stud. 74 (1982), 3-8.
55. Some problems on linear system of plane curves, *Chinese J. Math.* 11 (1983), 1-4.

柳 輔

Local Rings. Interscience Publishers, 1962.