

## 理学博士岩澤健吉君の「群論及び整数論における研究」に対する 授賞審査要旨

岩澤健吉君は昭和十五年三月東京大学数学科を卒業し、しばらくして東京大学助教授になったが、昭和二十五年八月 Princeton 高級研究所の招聘に応じて渡米し、後 M. I. T. に移り、数年前から M. I. T. において正教授の地位にある。同君の数学上の業績は、群論に関するものと整数論に関するものと大別されるが、それらは密接に関連して、前者における結果や方法が、後者において縦横に応用されて、非常に優れた研究になっている。

一、群論的研究 最初一九四一年（昭和十六年）学士院紀要に出た論文で、特殊射影変換群  $PSL(n, k)$  の単純性を極めて巧妙に証明した。同年数学物理学会誌に出たもので、部分群の性質から（有限）群の構造を論じた注目すべき論文もある。この年に東京大学理学部紀要に出た論文及び翌々年数学集報に出た論文では、群論におけるいくつかの重要な問題を解決し、Baer や Ore に発する研究を完成すると同時に、鈴木、佐藤、伊藤諸君の研究をうながして、群論の進歩に貢献している。この年また数学集報に出た論文では、東が同時に群となる束群の研究をして、G. Birkhoff によつて提出された問題、即ち完備な束群の可換性の証明に成功したことは、大きい収穫であつた。

これらに続いて、岩澤君は位相群の研究に進み、群論の代数的方法を位相群に應用して、新生面を拓くと共に多くの成果を得た。一九四五年学士院紀要、一九四九年と一九五一年 *Annals of Mathematics*、一九五〇年 *Cambridge, Mass.* における数学者国際会議の報告等に発表された一連の研究は、局所コンパクト位相群の代数的構造を究明し、

Lie 群構造論の一般化を行い、そして研究の目標の一つであつた有名な Hilbert の第五問題（局所ユークリッド的な位相群即ち連続群は Lie 群であるか）に就いて Lie 群の極限である (L) 群の場合に解決すると同時に、一般の場合との関連を予想し、その後 Montgomery, Zippin, Gleason 山邊諸君によつてこの問題が完全に解決される素地を作つたものとして、高く評価されている。

二、整数論的研究 岩澤君の整数論における業績としては、先づ一九五三年 *Annals of Mathematics* に出た論文で、代数々体及び代数函数体の諸々の完備化の元を成分とするベクトルから成る加法的イデールの環の位相環としての特徴付けを行つたものがある。これは位相群論的なもので、極めて重要であることがその後判然として来た。一九五〇年 Cambridge, Mass. における数学者国際会議の報告にある講演では、イデール群を局所コンパクト群と見て代数々体に関する Dirichlet の単数定理や類数の有限性を論じて、Haar 測度によつて  $L$  函数や  $L$  函数を表わして、そこにおける Fourier 解析の理論から、これらの函数の函数等式を導き出してある。これは Artin の着想によつて Tate が同じ頃行つた研究と同一のもので、これによつて Abel 群指標による  $L$  函数と Hecke の量指数による  $L$  函数とを同一の見地から統一的に促えることができるようになったので、爾來岩澤—Tate の理論と呼ばれているところの有名な結果である。一九五三年 *Annals of Mathematics* における論文では埋蔵問題を展開して、代数々体の最大可解拡大の Galois 群を決定し、同年日本数学会誌に出たものでは、最大 Kummer 拡大の Galois 群の型の基礎体による決定を論じた。これらに密接に関連するものとして、その後一九五五年アメリカ数学会の *Transactions* 及び同年に催された東京日光における日本最初の国際数学シンポジウムの報告における論文がある。一九五六年 *Journal de*

Mathematiques の論文では、代数々体の単元群の Galois コホモロジーを、イデールやイデアルのそれとの関連において与える完全系列によつて論じ、同年 Hamburg の数学教室論文集に出たものでは、代数々体の Galois 拡大の類数を論じて、特に Weber の定理の精密化及び拡張を与えてある。

岩澤君の研究は次第に進展して、この頃では整数論本来の問題について考察を進めている。有理数体における整数論が、先ず拡張されるのは二次数体であり、次ぎは1の何乗根という数を加えて出来る数体である。これを円分体又は円体といつて、Gauss 以来整数論の重要な領域になつている。この円体に関して、岩澤君は非常に興味ある結果を証明した。即ち先ず或る素数 $p$ をとつて、 $p$ 進整数のなす加法群を乗法的に見て、「 $\Gamma$ 」で表わし、「 $\rho$ 」を作用群にもつ準素 Abel 群で或る種の有限性の条件をもつものの構造を決定して、特にその特性函数の表現式を示した上、この指標群であり双対である  $p$  準素コンパクト Abel 群に移行、更にこのコンパクト群についての結果を Galois 群に應用、そして類体論によつて整数論に結び着けるという美事な展開によつて、次ぎのことを証明した。代数々体  $K$  の  $\Gamma$  と同型な Galois 群をもつ Galois 拡大の  $K$  に対して、 $p^r$  次の中間体、特に  $p\#2$  とつて ( $K$  として有理数体に1の  $p$  乗根を添加した体をとることにより) 有理数体に1の  $p^{r+1}$  乗根を添加した体の類数の  $p$  成分の冪指数が、十分大きな  $n$  については  $ln + mp^{r+1}c$  ( $l, m, c$  は定数) なる形で表わされることを示した。これは一九五九年アメリカ数学会の Bulletin に発表されたが、續つてこれら円体についての新しい不変数の性質を、群論的整数論的に詳しく論じたものが、一九五九年 Annals of Mathematics に発表された。円体の類数は Kummer 以来整数論における最も重要な問題であるが、この結果はこの問題に対する極めて大切な貢献である。特に  $\mathbb{Z}$  が正になる場合を知ること、

代数函数体論との対比の意味からも興味があるが、一九五八年 *American Journal of Mathematics*、一九五九年 *Annals of Mathematics* における論文において、それぞれ直接且つ Bernoulli 数などの関連及び或る種のフェソールのコホモロジーの関連において論じられた。一九六〇年日本数学会誌の論文では、局所的円体の乗法群の構造を論じているが、上に述べた研究に関連するものである。

上に述べたように、純群論に発足し、位相群論に及び、整数論に集結した岩澤君の業績は、まことによく一貫した顕著な研究であつて、国際的にも非常に高く評価されているところである。